

基于混凝土细观结构的徐变逐步分析

谭景文¹, 向中富¹, 许航², 燕南¹

(1. 重庆交通大学, 重庆 400074 2. 中交公路规划设计院有限公司, 北京 100088)

摘要: 分析了已有的混凝土徐变计算方法, 提出了一种新的徐变计算方法, 该方法分离了以骨料为主的弹性和以砂浆基质为主的滞弹性; 采用了 Kelvin 链来模拟黏弹性并表现了混凝土的老化作用和滞后效应的时间; 引入滞后效应时间比例因子考虑时间对混凝土滞后效应的响应速度。实例分析结果表明: 混凝土结构变化过程受其滞弹性影响较大而最终状态几乎不受影响, 时间比例因子在结构卸载或反复荷载的作用下对混凝土材料的特性影响明显。

关键词: 徐变; 徐变恢复; 滞弹模; 新方法; 时间比例因子

中图分类号: TU528.01

文献标志码: A

文章编号: 1674-0696(2010)03-0375-04

Analysis of Creep Based on Concrete Microstructure

TAN Jingwen¹, XIANG Zhong-fu¹, XU Hang², YAN Nan¹

(1. Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China; 2. CCCC Highway Consultants Co., Ltd., Beijing 100088, China)

Abstract: The informed methods of calculating concrete creep are analyzed and a new calculation model of creep is proposed after synthesizing the research achievements of others. This method distinguishes elasticity of aggregate from hysteretic elasticity of mortar matrix, adopts Kelvin chain to display the aging action and the time of hysteresis on concrete, introduces time ratio factor to take account of the response speed of time on hysteresis. Through the analysis in the case study, the results indicate that the variable process of concrete experiences hysteretic elasticity all time, but doesn't do at the dead state. The time ratio factor affects more obviously on concrete material characteristics under structure unloading or repadding conditions.

Key words: creep; recoverable creep; hysteretic/delayed elastic modulus; new method; time ratio factor

收缩徐变是混凝土自身固有的时变特性, 会导致混凝土结构变形和受力随着时间的变化而变化。混凝土收缩徐变的机理复杂, 且其影响因素具有很大的不定性, 确立准确的收缩徐变的数学模型比较困难。所以混凝土收缩徐变的准确预测对于从设计上保证结构长期稳定性、耐久性至关重要。相反对于收缩徐变现象的误测则可能导致结构过大的挠度变形及裂缝的产生, 这将对结构的使用寿命带来不利的影响。笔者根据混凝土细观结构, 分离了集料和砂浆基质在混凝土材料中的特性; 采用了由一种不变弹模的常弹模和一种徐变可恢复而产生可变弹模的滞弹模组成; 细化了混凝土材料徐变特性, 使混凝土材料徐变机理更明确。

1 徐变计算方法的发展

因客观因素的复杂性, 混凝土徐变引起的结构变形及次内力计算的精确分析十分困难, 实际工程

中采用如下假定^[1]:

1) 不考虑结构配筋的影响, 把结构视为素混凝土。这对预应力混凝土结构(因含筋率较小)是适应的, 但对不同材料或相同材料(弹性模量相差较大)组成的复合材料是不适合的。

2) 混凝土的弹性模量假定为常数。

3) 线性徐变理论。混凝土是一种非线性材料, 徐变是混凝土材料非线性的一种表现形式。严格来说, 应该采用非线性的徐变准则来预测混凝土结构的徐变变形。但是目前非线性徐变理论还没有达到实用的地步, 通常近似地认为徐变变形与其应力之间存在着线性关系, 服从 Boltzman 叠加原理。

在下列条件下, 实测结果与叠加原理(或者线性关系)非常接近:

1) 应力的数值低于混凝土强度的 40% ~ 50% 左右, 或者说是在工作应力范围之内;

2) 应变值在使用阶段中没有减小;

收稿日期: 2009-12-07 修订日期: 2010-01-06

基金项目: “863”计划现代交通技术专题课题项目(2008AA11Z102)

作者简介: 谭景文(1985-), 男, 重庆潼南人, 硕士研究生, 研究方向: 混凝土结构、钢结构以及组合结构设计理论。E-mail: jw_tan@yeah.net

©1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

3)徐变过程没有经历显著的干燥;

4)应力值没有大幅度增加或减小。

大量试验结果表明,当应力小于混凝土强度的 50%时,徐变应变与所施加的应力具有线性关系。按照这一应力应变关系,对于混凝土徐变,国内外学者建立了 5 种计算方法^[2]。

1.1 有效模量法 (EEM)

$$C(t, \tau) = \frac{\varphi(t, \tau)}{E(\tau)}$$

用折减弹性模量的方法来计算混凝土徐变的影响,在以下两种情况下与试验结果较为符合:一是应力无明显变化;二是混凝土龄期影响可以忽略不计(限于老混凝土)。该理论对于短龄期的混凝土长期加载时候误差非常大,应力递增高估徐变变形,应力递减低估徐变变形。

1.2 老化理论 (RCM)

$$C(t, \tau) = C(t, \tau_0) - C(\tau, \tau_0)$$

假定混凝土徐变曲线具有(沿变形轴)平移的性质,也就是徐变率与加载龄期无关,即徐变率在任意时刻都是相等的。计算徐变只需要一条徐变曲线。按照该理论,徐变随龄期的增长很快减小,老混凝土(3~5 a)的徐变几乎为 0 不符合实际,把可恢复的徐变缩小为 0 忽略了卸载后的徐变恢复,但反映不了早期加载时徐变迅速发展的特点;与有效模量法相反,应力递增低估徐变变形,应力递减高估徐变变形。

1.3 弹性徐变理论 (SSM)

$$C(t, \tau) = (C_0 + \frac{A}{\tau})[1 - e^{-\tau/\tau_0}]$$

假定徐变恢复曲线与加载曲线相同且变形与应力之间成线性关系,能反应徐变的基本特征徐变恢复,应力变化时的徐变总变形可按相应应力增量引起的徐变变形总和来计算,即迭加原理。该理论计算结果与试验结果基本相符。但混凝土徐变可完全恢复,与实际不相符合,不能很好地反映早期加载的混凝土的徐变迅速发展的情况。

1.4 弹性老化理论 (IDM)

$$C(t, \tau) = C_1(t, \tau) + C_2(t, \tau)$$

徐变度由滞后弹性变形(可恢复徐变 $C_1(t, \tau)$)和流动徐变(不可恢复徐变 $C_2(t, \tau)$)两部分组成,该理论能较好地描述早龄期的混凝土在卸载状态下的徐变部分可恢复的性质。不可恢复徐变的减少仅仅归结为材料的老化并假定各龄期不可恢复的流动变形曲线平行;一般低估老混凝土的徐变。

1.5 龄期调整有效模量法 (AEMM)

$$C(t) = C_0 + C_1(t)$$

徐变度有初始状态 C_0 和 t 时刻状态 $C_1(t)$ 。

$C_1(t)$ 是由老化系数 λ 来确定的。该理论计算过程简单,其计算结果较为理想。计算混凝土徐变引起的变化,很大程度上取决于老化系数 λ 的确定;即给出精确的老化系数 λ 就能精确地计算出徐变引起的变化^[3]。

比较以上 5 种徐变理论,有效模量法低估了徐变,老化理论高估了徐变,而迭加法的计算曲线略低于实测曲线。当应力递增时,有效模量法高估了徐变,老化理论低估了徐变,而迭加法的计算曲线略高于实测曲线。流动率法比徐变率法有了显著的改进,它能较好地描述早龄期的混凝土在卸载状态下徐变部分可恢复的性质,但对老混凝土徐变规律的描述不能令人满意,低估了老混凝土的徐变^[4]。龄期调整有效模量法是一种推荐的方法,可以得到满意的结果,但在很大程度上依赖于老化系数的确定。因此,需要建立一个比较全面而准确的分析模型。

2 新徐变计算方法的建立

2.1 徐变传统计算

在一常应力的作用下,徐变产生的应变以加速度减小的速率缓慢的增加。由于徐变产生的过程是一个复杂而又繁琐的变化,直接采用某一种公式或方程是不能模拟的,所以需要采用逐步计算的方式来近似的模拟徐变变化的过程。1943 年 McHenry^[5]第 1 次提出了应用迭代法来计算徐变的变化过程,但由于迭代法只是在计算过程上实行了逐步的计算方式,并没有考虑到徐变在混凝土长期使用下产生的影响。1967 年 H. Troos 教授在他的论文中^[6],提出了松弛系数的概念,从混凝土应力—应变的线性关系和迭加原理,并假定混凝土弹模为常数,推导出在不变荷载下应变和压力的增量代数方程。而 Z. P. Bazan 教授^[7]在 1972 年将它应用于变化的弹性模量与无界限的徐变系数,并认为松弛系数应该改为老化系数。目前结构分析中,大部分采用上述两种方法:即有效模量的迭代法和调整龄期有效模量的迭代法。笔者建立新的计算方法就是综合了 Z. P. Bazan 和 F. Dischinger 两者的理论,提出的一种新的计算方法。

2.2 徐变新方法的推导

把应力变化曲线分成 n 段,每一段可以近似为一条直线段。取某时刻 $\tau_{i+1} \rightarrow \tau_i$ 段,此时的应力为 σ_{i+1} ,在 τ_i 时刻时,此应力为 σ_i (图 1)。对这一微段做应变分析 (图 2),徐变应变可以细分为可恢复徐变应变 ϵ_d 和不可恢复应变 ϵ_i 拥有两种不同性质的应变组成^[4]。在 IDM 的方法中已经考虑了把徐

变可恢复部分作为单独应变独立出来,所以此处也采用类似的做法,把可恢复部分的徐变独立出来归结到弹性部分,在此称为滞弹性。F D Schingel^[8]考虑对滞弹性产生的影响直接把对滞弹性模量的变化影响进行转化成为一个常有效模量(名义弹模),对滞弹性随应力和时间的影响并没有考虑在内,结果会造成计算过程的误差很大。徐变产生的作用是一个过程,所以滞弹性在不同阶段产生的作用是不可忽视的。显然,影响滞弹性的因素是与时间的长短和应力的程度相关的。也就是说,滞弹性的变化应该是一个与应力和时间相关的函数。所以,要得到某时刻的名义弹模,应当与应力的历史有关。而 DM 只是把名义弹模作为常数带入了计算,这在短期的分析时计算结果的误差是很大的^[4]。所以,为了能精确地描述结构的变化过程,采用一个随时间和应力变化的名义弹模是很有必要的。

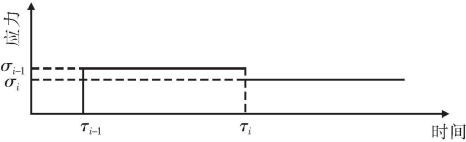


图 1 不同时刻的应力
F 图 1 Stress at different moments

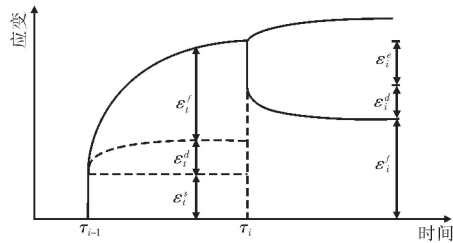


图 2 徐变的不同成分
F 图 2 Various components of creep

在持续应力的作用下,可以得到应力—应变图(图 3)。

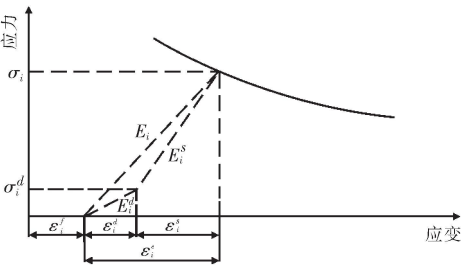


图 3 在持续应力下的应力—应变图
F 图 3 Constant stress strain illustration under sustain stress

任取一时刻 τ_i , 对此时刻的应力和应变进行分解,可以得到:

$$\epsilon_i = \epsilon_i^e + \epsilon_i^f \quad (1)$$

$$\epsilon_i^e = \epsilon_i^s + \epsilon_i^d \quad (2)$$

$$\sigma_i = \sigma_i^s + \sigma_i^d \quad (3)$$

式中: σ_i 为 τ_i 时刻时的总应力; σ_i^s 为 τ_i 时刻时的常弹模部分应力; σ_i^d 为 τ_i 时刻时的滞弹模部分应力; ϵ_i 为 τ_i 时刻时的总应变; ϵ_i^e 为 τ_i 时刻时的弹性全应变; ϵ_i^s 为 τ_i 时刻时的常弹模部分瞬间应变; ϵ_i^d 为 τ_i 时刻时的滞弹模部分产生的应变; ϵ_i^f 为 τ_i 时刻时的徐变流动部分产生的应变。

根据虎克定律有 $\epsilon_i^e = \sigma_i^s / E_i$, 由式 (2) 可以得到:

$$\frac{\sigma_i}{E_i} = \frac{\sigma_i^s}{E_i} + \frac{\sigma_i^d}{E_i^d} \quad (4)$$

式中: E_i 在 τ_i 时刻时的总弹模; E_i^s 在 τ_i 时刻时常弹模部分的弹模; E_i^d 在 τ_i 时刻时滞弹模部分的弹模。

把式 (1) 与式 (2) 整合, 代入式 (4) 得到:

$$\epsilon_i = \epsilon_i^e + \epsilon_i^f = \epsilon_i^s + \epsilon_i^d + \epsilon_i^f = \frac{\sigma_i^s}{E_i^s} + \frac{\sigma_i^d}{E_i^d} +$$

$$\frac{\sigma_{i-1}}{E_{i-1}} \varphi(\tau, \tau_{i-1}) \quad (5)$$

式中: $\tau_{i-1} \leq \tau_i$ $i = (1, 2, 3, \dots, i-1, i+1, \dots)$; 代表任意时间; φ 为徐变系数。

滞弹性模量 E_i^d 是一个与 τ_{i-1} 时间长短和应力大小相关的值。滞弹性是由骨料的弹性和水泥浆的黏性综合表现出的一种特性^[4], 可以由 Kelvin 模型来确定。

$$E_i^d = \frac{1}{J(t, \tau)}, \quad J(t, \tau) = \sum_{a=1}^n \frac{1}{E_a(\tau)} \left(1 - e^{-\frac{t}{\lambda_a}} \right)$$

其中: λ 为混凝土滞后时间, 代入式 (5) 并对其微分得:

$$\frac{d\epsilon_i}{dt} = \frac{d\epsilon_i^s}{dt} + \frac{d\epsilon_i^d}{dt} + \frac{d\epsilon_i^f}{dt} = \frac{1}{E_i^s} \frac{d\sigma_i^s}{dt} + \sigma_i^s \frac{d\left(\frac{1}{E_i^d}\right)}{dt} + \frac{1}{E_{i-1}^d} \frac{d\sigma_{i-1}^d}{dt} + \sigma_{i-1}^d \frac{dJ(t, \tau_{i-1})}{dt} + \frac{\sigma_{i-1}}{E_{i-1}} \frac{d\varphi(t, \tau_{i-1})}{dt} \quad (6)$$

据文献 [9], 滞弹性应变在完全恢复后占弹性应变的 40% ~ 50%, 也就是 $\epsilon_{\infty}^d = (0.4 \sim 0.5) \epsilon_{\infty}^e$, 即 $\frac{\sigma_{\infty}^d}{E_{\infty}^d} = (0.4 \sim 0.5) \frac{\sigma_{\infty}^s}{E_{\infty}^s}$, 又根据等式 (3), 可以得到 σ_{et} 与 σ_{dt} 的关系式。解得:

$$\sigma_{\infty}^s = \frac{\sigma_{\infty}}{1 + \frac{(0.4 \sim 0.5) E_{\infty}^d}{E_{\infty}^s}}$$

$$\sigma_{\infty}^d = \sigma_{\infty} - \frac{\sigma_{\infty}}{1 + \frac{(0.4 \sim 0.5) E_{\infty}^d}{E_{\infty}^s}}$$

则有:

$$\sigma_t^s = \frac{\sigma_t}{1 + \frac{\delta E_t^d}{E_t^s}} \quad (7)$$

$$\sigma_t^d = \sigma_t - \frac{\sigma_t}{1 + \frac{\delta E_t^d}{E_t}} \quad (8)$$

式中： δ 是由时间确定的比例因子，它反映时间对滞后效应的影响程度。把式（7）、式（8）代入式（4）可以得到：

$$E_t = \frac{1}{1 + \delta} (E_t^s + \delta E_t^d) \quad (9)$$

最后，把式（7）~式（9）代入式（6）即可求解。

3 徐变计算方法的实现

3.1 增量方程的转换

为了便于计算，在此只对滞弹性弹模中的 Kelvin模型取一项，即 $J(t, \tau) = \frac{1}{E_c(\tau)} (1 - e^{-\frac{t-\tau}{\lambda}})$ ，同时当 $\tau_{i+1} \rightarrow \tau_i$ 很小的时候 $E_c(\tau)$ 可以采用 τ 时刻的瞬时弹模代入式（7）中，得到：

$$E_t = \frac{1}{1 + \delta} (E_t^s + \delta E_t^d) = \frac{E_t^s}{1 + \delta} \left[1 + \frac{\delta}{1 - e^{-\frac{t-\tau}{\lambda}}} \right] \quad (10)$$

在计算持续荷载下的徐变，逐步分析法是一种惯用的方法。笔者所提出的方法，也是逐步分析法的一种——逐步积分法，在计算非线性问题的时候，性能非常突出；同样也可以计算简单的线性问题，不过为了在计算普通的线性问题时，避免这种积分计算的过程，如图 4 采用增量梯度的方式把式（6）转化成增量表达式如下：

$$\epsilon_t = \sum_{j=0}^i \Delta \sigma_j \left[\frac{1}{E_c(\tau_j)} + \frac{\varphi(\tau_j, \tau_j)}{E_c(\tau_j)} \right] \quad (11)$$

把式（10）代入式（11），可得：

$$\epsilon_t = \sum_{j=0}^i \frac{\Delta \sigma_j}{E_c(\tau_j)} \left[\frac{1 + \delta}{1 + \frac{\delta}{1 - e^{-\frac{\tau_j - \tau_j}{\lambda}}}} + \varphi(\tau, \tau_j) \right] \quad (12)$$

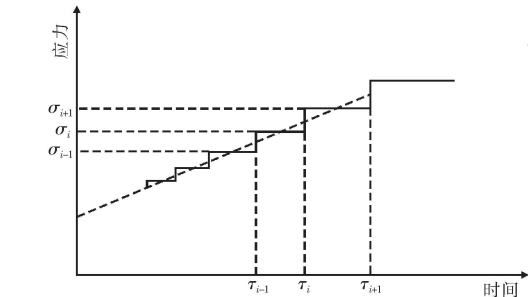


图 4 增量的应力—应变
Fig 4 Increment stress-strain illustration

3.2 算例

计算示例：对于 $10\text{ m} \times 10\text{ m} \times 40\text{ m}$ 的混凝土立方体，养护 28 d 后，施加随时间变化的作用力

如图 5。其加载过程参考表 1。徐变系数采用 CEB—FIP MC90 推荐值。

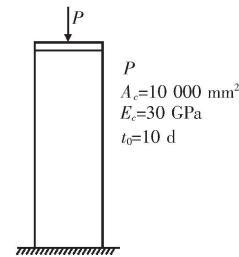


图 5 算例
Fig 5 Numerical example

表 1 加载过程
Tab 1 Loading procedure

施加荷载 / kN	60	65	70	75	85	95	110	125	145	170
应力增量 / MPa	0.5	0.5	0.5	1	1	1.5	1.5	2	2.5	
时间 / d	10	15	20	25	35	45	60	75	95	120

算例采用了 SSM 和本文方法进行比较：
$$SSM \epsilon(\tau) = \frac{\sigma_0}{E_c(\tau_0)} [1 + \varphi(\tau, \tau_0)] + \sum_{j=1}^i \frac{\Delta \sigma(\tau_j)}{E_c(\tau_j)} \times [1 + \varphi(\tau, \tau_j)]$$

本文的计算方式见式（12）。
采用 SSM 和本文方法计算的结果见表 2。

表 2 不同计算方法的应变值
Tab 2 The differential strain values with different methods

时间 / D	10	15	20	25	35	45	60	75	95	120	∞
SSM / $\times 10^{-6}$	189	320	370	412	480	549	640	733	847	986	1404
本文法 / $\times 10^{-6}$	189	305	355	398	452	521	598	691	792	918	1404

注：1. λ 反映了混凝土黏滞性的程度。 λ 值大，混凝土对黏滞性的敏感性就小；反之，敏感性则大，此处 λ 值取为 1；2. δ 是一个时间相关的乘子，它与混凝土滞后恢复性能有关，此处 δ 采用的常数 0.4。

可以看出，该方法计算的结果和 SSM 算法所得到的结果基本上是一致的，特别是终值的计算上是完全吻合的。说明采用该方法是可行的。在此算例的计算过程中产生的差值，主要是由于考虑了滞弹性的影响而引起的不同。对于 SSM 计算，它只考虑了调整龄期，而新方法不仅是考虑了调整龄期，还在一定程度上模拟了混凝土的徐变机理，更精确地表达了混凝土徐变产生的作用。已知含有老化系数的 AEMM 法，其计算的精度会比 SSM 更好；而新方法的计算模式也是具有类似的功能，就是对滞弹模中 $\sum_{\alpha=1}^n \frac{1}{E_{\alpha}(\tau)}$ 的确定（本例采用的是和混凝土瞬时的弹模相同，没考虑老化现象，所以最终计算的值和 SSM 计算的值应为相同）。更重要的是，新方法中加入了 λ ，它的作用是反映混凝土黏滞性的程度。进一步讲，它表现的是混凝土徐变恢复的敏感性。此作用在计算终值上没有影响，不过在计算过程中，影响甚大，因为在计算过程中对混凝土影响的值都

（下转第 424 页）

6 结 论

在山地城市轨道交通线路中, 行车速度的高低直接决定着车体旋转的快慢, 在设置缓和曲线时, 缓和曲线首尾处的曲线半径应尽可能接近, 以实现其协调过渡, 尽量避免“大半径接小半径”的线形组合, 同时建议在单轨线路设计时尽可能的采用大的半径和较长的缓和曲线, 以提高行车的平稳性。

参考文献:

[1] 吴波, 徐湛, 刘浪. 重庆市单轨交通结构形式适应性分析 [J].

重庆建筑, 2008(10): 1—4

[2] 刘铁民, 张兴凯, 刘功智. 安全评价方法应用指南 [M]. 北京: 化学工业出版社, 2009
[3] 张国志, 刘浪. 公路工程安全管理 [M]. 北京: 人民交通出版社, 2008
[4] 杨其振. 城市轨道交通曲线轨道超高有关问题探讨 [J]. 铁路勘察, 2005 31(2): 7—9
[5] GB 50490—2009 城市轨道交通技术规范 [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2009
[6] GB 50308—2008 城市轨道交通工程测量规范 [S]. 北京: 中国计划出版社, 2008

(上接第 378 页)

可能不一样。也可以说在不同荷载的影响下, 对混凝土的徐变恢复产生的影响程度就可以通过 λ 的值来进行估量了。这样, 在一定程度上可以延伸到反复荷载的作用。

4 结 语

1)提出的混凝土徐变计算方法综合已有计算方法的优点, 加入了以 Kelvin模型的滞弹性特性, 把徐变产生的机理变形在了公式上, 使之能更明确清晰地表达徐变产生的影响。

2)新建立的公式简单, 在选取不同的参数后能很容易地就变换成以前的各种公式, 这说明了它有很强的适用性和灵活性。

3)等式 (6)是该方法的精华体现, 它采用的一种逐步积分的形式, 已知逐步积分法是求解非线性问题的一种很好的办法。虽然本文讨论的是在恒定荷载下的徐变计算, 未涉及到非线性荷载等的问题, 由于本文的计算方法是一种逐步积分的模式, 所以运用到非线性问题也是容易的。

4) Kelvin模型和等式 (9)是该方法的核心, 前者 $\sum_{\alpha=1}^n \frac{1}{E_{\alpha}(\tau)}$ 体现了与 BI法中提出的老化系数一致的概念, λ 应力对混凝土材料滞弹性的敏感性问题; 后者时间比例因子 ϕ 表现出了时间对混凝土滞后效应的响应速度。

5)徐变可恢复部分中的滞弹性变形是一种介于瞬时变形与徐变不可恢复变形之间的性能, 其中徐变不可恢复变形是受环境影响的, 并且它可以通过改变徐变系数中的参数来考虑环境变化的影响所

产生的变形。而此处徐变可恢复部分中的滞弹性变形所受环境因素的影响, 笔者建议可以通过混凝土滞后敏感因子 λ 来定义。

6)本文方法也可以应用到其他黏弹性—徐变材料中, 具有一般的适用性。

参考文献:

[1] 范立础. 桥梁工程: 上册 [M]. 北京: 人民交通出版社, 1996
[2] 孙海林, 叶列平, 丁建彤. 混凝土徐变计算分析方法 [C] //赵铁军. 高强与高性能混凝土及其应用: 第五届学术讨论会论文集. 青岛: 中国建筑工业出版社, 2004: 180—186
[3] Neville A M, Dillger W H, Brooks J J. Creep of Plain and Structural Concrete [M]. London: Constnction Press (Longman Group Ltd), 1983.
[4] Gilbert R I. Time Effects in Concrete Structures [M]. Amsterdam: Elsevier Science Publishers B V, 1988
[5] McHenry D. A new aspect of creep in concrete and its application to design [J]. Proc ASIM, 1943, 43: 1069—1084
[6] Trost H. Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech- und Relaxationsprobleme bei Beton und Spannbeton [J]. Beton und Stahlbetonbau, 1967, 62(10): 230—238
[7] Bazant Z P. Prediction of concrete creep effects using age-adjusted effective modulus method [J]. ACI Journal, 1972(69): 212—217.
[8] Dischinger F. Untersuchungen über die Kriechsicherheit, die elastische Verformung und das Kriechen des Betons bei Bogenbrücken [J]. Der Bauingenieur, 1937, 18(33/34): 487—520, (35/36): 539—552, (39/40): 595—621. (in German)
[9] Rüsch H, Jungwirth D, Hilsdorf H K. Creep and Shrinkage: Their effect on the Behaviour of Concrete Structures [M]. New York: Springer-Verlag, 1983